1. Cours à travailler (se trouve sur les pages suivantes) :
    - Chapitre 21 : Probabilités
        - II. Evenement (relire)
        - III. Probabilité (lire p.173-174 du cours)
        - IV. Quelques propriétés pouvant être utiles
2. Exercice à effectuer avant le prochain cours de maths (le corrigé se trouve sur les pages suivantes) :
    - ex n°1 p.178 du cours
    - ex n°2 p.178 du cours
    - ex n°2 p.48 du sesamath
3. Exercices facultatifs pour progresser (à faire n'importe quand) :
    - Mission étoile n°481 sur LABOMEP (si vous ne l'avez pas déjà faite)

3ème - Activité du chapitre 21

Activité :

On place dans une urne 11 jetons numérotés de 1 à 11. Ils sont de même masse et de même taille. Ainsi, on ne peut pas les distinguer au toucher. On dit qu'ils sont **indiscernables au toucher.** On en pioche un au hasard et on regarde son numéro.

1. Quelles sont les issues possibles ?

   Les issues possibles sont : ……………………………………………………………………..

Pour la suite, on considère les événements suivants :

- **A : « obtenir un numéro impair »**
- **B : « obtenir un nombre premier »**
- **C : « obtenir 10 »**
- **D : « obtenir 14 »**
- **E : « obtenir un nombre entier »**

2. Parmi toutes les issues, quelles sont celles qui sont des numéros impairs ?

   Les issues ………………………………………… sont des numéros impairs.
   On dit alors que **ces issues réalisent l'événement** A.

3. Quelles sont les issues qui réalisent l'événement B ?

   Les issues …………………………………… réalisent l'événement B.

4. On considère l'événement « obtenir un nombre qui n'est pas un nombre premier ».

   Quelles issues réalisent cet événement ?
   Les issues …………………………………………….. réalisent cet événement.
   On dit alors que cet événement est **l'événement contraire de l'événement B. On le note « $\overline{B}$ » ou « non B ».**

5. Quelles issues réalisent l'événement A ou l'événement B ?

   Les issues …………………………………………… réalisent l'événement A ou l'événement B.
   On note alors cet événement « A ou B ».

6. Combien d’issues réalisent l’événement C ?

………………………..

On dit alors que c’est **un événement élémentaire.**

7. Combien d’issues réalisent l’événement D ?

…………………………………………………………………………

On dit alors que c’est **un événement impossible.**

8. Quelles issues réalisent l’événement E ?

…………………………………………………………………………

On dit alors que c’est **un événement certain**.

9. Combien d’issues réalisent à la fois l’événement A et l’événement C ?

……………………………. réalise les événements A et C à la fois.

On dit alors que les événements A et C sont **des événements incompatibles.**

3ème - Chapitre 21 : Probabilités

I. Expérience aléatoire et issues :

On lance une pièce de monnaie non truquée et on s'intéresse au côté obtenu.
Les résultats possibles sont PILE et FACE. Ce sont les **issues**.

On ne peut pas connaître le résultat du lancer à l'avance. On dit que le lancer d'une pièce de monnaie non truquée est **une expérience aléatoire.**

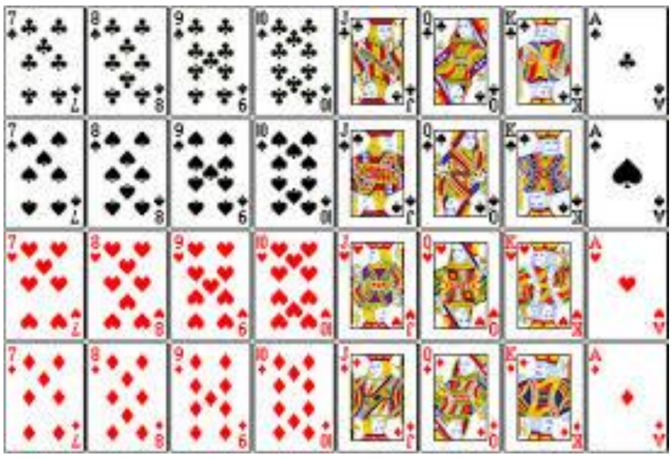
Définition n°1 :

- Une **expérience** est dite **aléatoire** lorsqu'elle a plusieurs résultats possibles et que l'on ne peut pas prévoir avec certitude quel résultat se produira.
- Chaque résultat possible d'une expérience aléatoire est appelé une **issue**.

Exemples d'expériences aléatoires :

- On lance un dé **non truqué** à 6 faces numérotées de 1 à 6 et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus.

  Il y a **6 issues** possibles : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6.



- On tire **au hasard** une carte dans un jeu de 32 cartes et on regarde la carte obtenue.

  Il y a **32 issues** possibles. Par exemple on a : 7 de trèfle, 10 de pique, valet de cœur, as de carreau.

II. Evénement :

Définition n°2 :

- Un **événement impossible** est un événement qui ne peut jamais se réaliser.
- Un **événement certain** est un événement qui se réalise à tous les coups.
- Un **événement élémentaire** est un événement qui est réalisé par une seule issue.
- L'**événement contraire de A** est l'événement qui est réalisé par toutes les issues qui ne réalisent pas A. Il est noté « $\overline{A}$ » ou « ***non A*** ».
- L'**événement noté « *A ou B* »** est l'événement réalisé par toutes les issues qui réalisent A ou B.
- Deux événements A et B sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps.

III. Probabilité :

- Lorsqu'on lance une pièce de monnaie équilibrée, on a 1 chance sur 2 d'obtenir face. On dit alors que **la probabilité** de l'événement A : « obtenir face » est $\frac{1}{2}$ (ou $0{,}5$). On note : $p(A) = \frac{1}{2} = 0{,}5$

car $\frac{1}{2} = 1 \div 2 = 0{,}5$

- Lorsqu'un sac contient :
  - 1 jeton rouge ;
  - 4 jetons vert ;
  - 5 jetons bleus .

$\frac{4}{10}$ a été simplifiée par 2

On ne peut pas les distinguer au toucher, on a 4 chances sur 10 d'obtenir un jeton vert. On dit alors que **la probabilité** de l'événement B : « obtenir un jeton vert » est $\frac{4}{10}$ (ou $0{,}4$). On note : $p(B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0{,}4$

car $\frac{4}{10} = 4 \div 10 = 0{,}4$

« 4 chances sur 10 » revient donc à dire « 2 chances sur 5 »

- Lorsqu'on tourne la roue ci-contre, on a 8 chances sur 12 de tomber sur un nombre inférieur ou égal à 8. On dit alors que **la probabilité** de l'événement C : « obtenir un nombre inférieur ou égal à 8 » est $\frac{8}{12}$. On note $p(C) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \approx 0{,}67$

car $\frac{8}{12} = 8 \div 12 \approx 0{,}67$

« 8 chances sur 12 » revient donc à dire « 2 chances sur 3 »

$\frac{8}{12}$ a été simplifiée par 4

- On lance un dé non truqué et on regarde le nombre de points sur la face supérieure. On a vu précédemment qu'il y avait **6 issues** : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6.

  - On a 1 chance sur 6 d'obtenir 3 donc la probabilité d'obtenir 3 est $\frac{1}{6}$.
  - Plus généralement la probabilité d'obtenir 1, d'obtenir 2, d'obtenir 3, d'obtenir 4, d'obtenir 5, d'obtenir 6 est à chaque fois $\frac{1}{6}$.
    On dit alors qu'on est en **situation d'équiprobabilité.**
  - Si on calcule la somme des probabilités de chaque issue, on a :
    $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$

Définition n°3 :

La **probabilité** d'un événement est la « chance » qu'un événement a de se produire.

Propriété n°1 :

- **Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1**. Il peut s'exprimer, en fraction, en écriture décimale ou en pourcentage.
- Si chaque issue d'une expérience a la même probabilité de se réaliser, on dit qu'on est en **situation d'équiprobabilité**.

  Dans ce cas, la probabilité d'un événement A s'obtient en faisant :

  $$p(A) = \frac{nombre\ d'issues\ favorables\ à\ A}{nombre\ total\ d'issues}$$

- La **somme** des **probabilités de chaque issue** est égale à **1.**
- La **probabilité** d'un **événement impossible** est égale à **0.**
- La **probabilité** d'un **événement certain** est égale à **1.**

Exemple :

On lance un dé **truqué** à 6 faces numérotées de 1 à 6 et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus.
Voici un tableau récapitulatif des probabilités de chaque issue :

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité	$\frac{1}{24}$		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{1}{24}$

La somme des probabilités de chaque issue est forcément égale à 1.

Quelle est la probabilité p d'obtenir un 2 ?

$$p = 1 - \left(\frac{1}{24} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{5}{24} + \frac{1}{24}\right) = 1 - \underbrace{\left(\frac{1}{24} + \frac{6}{24} + \frac{8}{24} + \frac{5}{24} + \frac{1}{24}\right)}_{\text{on réduit au même dénominateur : 24}} = 1 - \frac{21}{24} = \frac{3}{24}$$

IV. Quelques propriétés pouvant être utiles :

$\bar{A}$ est l'événement contraire de A

Propriété n°2 :

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

Exemple :

On a une urne contenant des boules **bleues** et **vertes** indiscernables au toucher.
La probabilité d'obtenir une boule bleue est de $\mathbf{0,4}$.
Quelle est la probabilité $\boldsymbol{p}$ d'obtenir une boule verte ?

« obtenir une boule verte » est **l'événement contraire** de l'événement **« obtenir une boule bleue »** donc d'après la propriété n°2 :

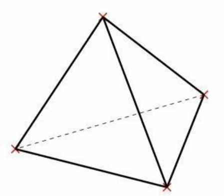
$$\mathbf{0,4} + \boldsymbol{p} = 1 \quad \text{autrement dit} \quad \boldsymbol{p} = 1 - \mathbf{0,4} = 0{,}6$$

Propriété n°3 :

Si les événements **A et B sont incompatibles**, on a alors :

$$P(\boldsymbol{A}\ \boldsymbol{ou}\ \boldsymbol{B}) = P(\boldsymbol{A}) + P(\boldsymbol{B})$$

Exemple :



On lance un dé tétraédrique **truqué** à 4 faces numérotées de 1 à 4 et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessous.

Voici un tableau récapitulatif des probabilités de chaque issue :

Issue	1	2	3	4
Probabilité	$\frac{2}{13}$	$\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{13}}$	$\frac{6}{13}$	$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{13}}$

On note **A** l'événement **« obtenir 2 »** et **B** l'événement **« obtenir 4 ».**
Calculer $P(\boldsymbol{A}\ \boldsymbol{ou}\ \boldsymbol{B})$.

A et B ne peuvent pas se réaliser en même temps.

Les événements **A et B sont incompatibles** donc on a :

$$P(\boldsymbol{A}\ ou\ \boldsymbol{B}) = P(\boldsymbol{A}) + P(\boldsymbol{B}) = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{13}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{13}} = \frac{5}{13} \quad .$$

V. Expérience à deux épreuves :

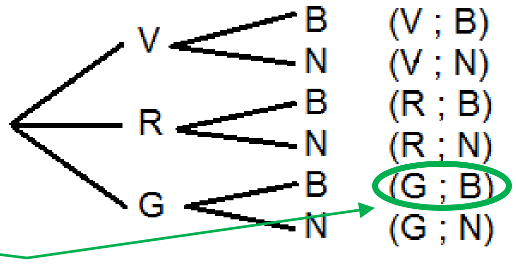
Exemple n°1 :

- Dans son armoire, Franck possède trois pulls : un vert (V), un rouge (R) et un gris (G).
- Il possède également deux jeans : un bleu (B) et un noir (N).
- Pour s'habiller, il prend au hasard un pull et un jean.

Quelle est la probabilité qu'il soit habillé en gris et bleu ?

On peut s'aider d'**un tableau** ou d'**un arbre de choix** pour représenter toutes les issues :

	B	N
V	(V ; B)	(V ; N)
R	(R ; B)	(R ; N)
G	(G ; B)	(G ; N)



On a donc un total de 6 issues possibles dont une seule réalise l' événement souhaité. Comme chaque issue est equiprobable on a donc : $p = \frac{1}{6}$.

(on peut savoir rapidement qu'il y a 6 issues car il y a 3 choix de pulls et pour chaque pull il y a 2 choix de jeans, donc il y a $2 \times 3 = 6$ issues possibles)

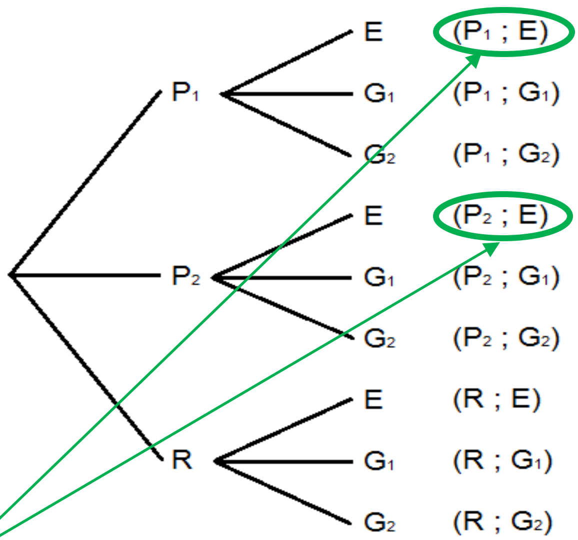
Exemple n°2 :

- Dans un tiroir de sa cuisine, Claudia possède 3 paquets: deux paquets de pâtes (P) et un paquet de riz (R) indiscernables au toucher.
- Dans son frigo, elle possède un sachet d'emmental (E) et deux sachets de gruyère (G) tous indiscernables au toucher.
- Elle prend au hasard un paquet dans le tiroir et un sachet de fromage dans son frigo.

Quelle est la probabilité qu'elle prenne à la fois des pâtes et de l'emmental ?

Comme pour l'exemple précédent, on peut construire **un tableau** ou **un arbre de choix**.

	E	G_1	G_2
P_1	(P_1 ; E)	(P_1 ; G_1)	(P_1 ; G_2)
P_2	(P_2 ; E)	(P_2 ; G_1)	(P_2 ; G_2)
R	(R ; E)	(R ; G_1)	(R ; G_2)

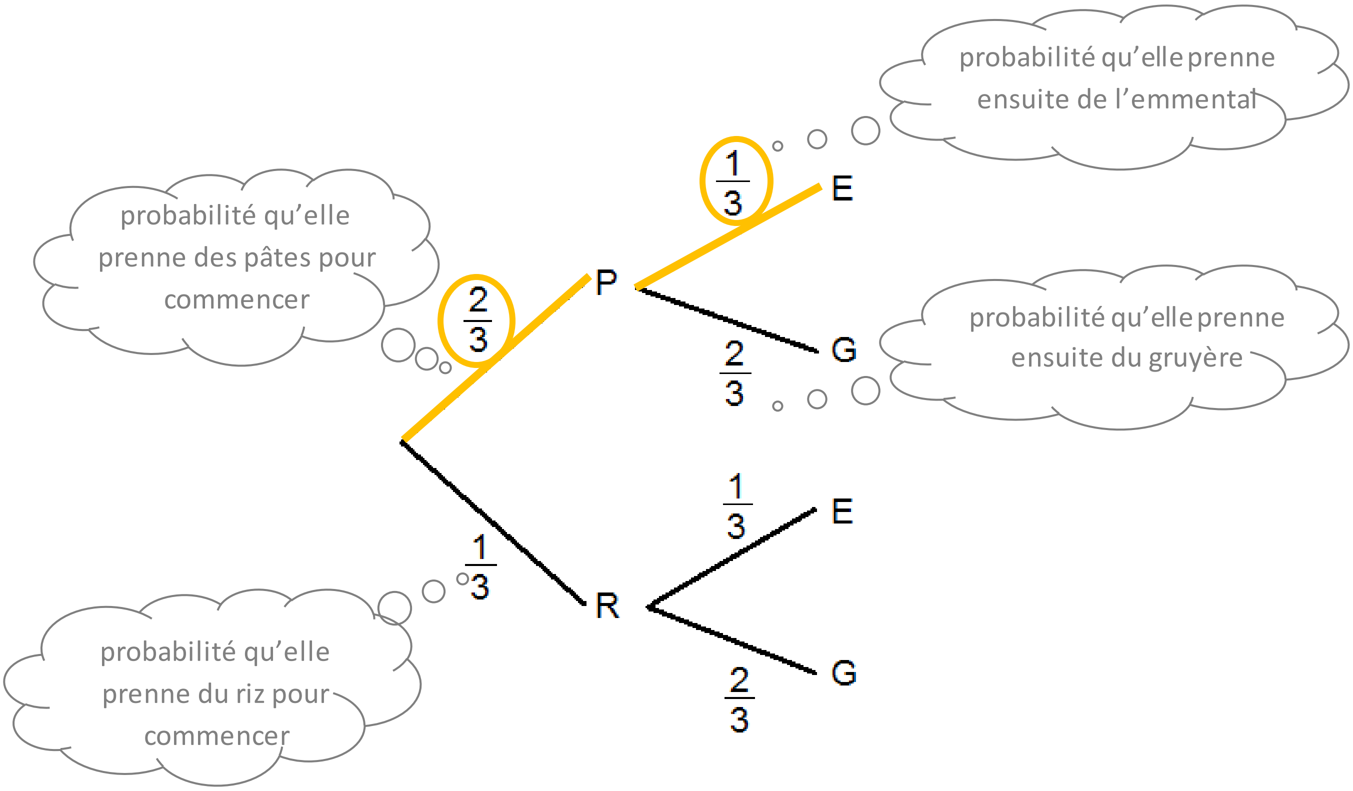


On a donc un total de 9 issues possibles dont 2 réalisent l'événement souhaité. Comme chaque issue est equiprobable on a donc : $p = \frac{2}{9}$.

(on peut savoir rapidement qu'il y a 9 issues car il y a 3 choix de paquets et pour chaque paquet il y a 3 choix de sachets, donc il y a $3 \times 3 = 9$ issues possibles)

Autre méthode pour calculer la probabilité qu'elle prenne à la fois des pâtes et de l'emmental :

Afin d'un voir un arbre plus simple, on peut utiliser ce qu'on appelle **un arbre de probabilité** (aussi appelé **arbre pondéré**) représenté ci-dessous. Sur chaque branche, on indique la probabilité de l'événement associé.



Pour calculer la probabilité de l'événement « elle prend à la fois des pâtes et de l'emmental », on utilise alors la propriété suivante :

> **Propriété n°4 :**
>
> Dans un arbre de probabilité, la probabilité d'un événement est égale **au produit des probabilités** indiquées **sur les branches du chemin** qui conduit à cet événement.

On a donc : $p = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$

VI. Lien entre probabilités et fréquences :

> **Propriété n°5 : Loi des grands nombres**
>
> **Lorsqu'on répète un très grand nombre de fois** une expérience aléatoire dans les mêmes conditions, **la fréquence** de réalisation d'un événement A **se rapproche d'une valeur fixe qui est la probabilité** de A.

$3^{ème}$ - Exercices du chapitre 21

Exercice n°1 :

Dans un jeu de société, les jetons sont des supports de format carré, de mêmes couleurs, sur lesquels une lettre de l'alphabet est inscrite. Le revers n'est pas identifiable.

Il y a 100 jetons. Le tableau ci-dessous donne le nombre de jetons du jeu pour chacune des voyelles :

Lettres du jeu	A	E	I	O	U	Y
Effectif	9	15	8	6	6	1

On choisit au hasard une lettre de ce jeu. (les résultats seront donnés sous forme décimale).

1. Quelle est la probabilité d'obtenir la lettre I ?

   ………………………………………………………………………………………………

2. Quelle est la probabilité d'obtenir une voyelle ?

   ………………………………………………………………………………………………

3. Quelle est la probabilité d'obtenir une consonne ?

   ………………………………………………………………………………………………

Exercice n°2 :

Sur le manège «Caroussel», il y a quatre chevaux, deux ânes, un coq, deux lions et une vache. Sur chaque animal, il y a une place. Carole s'assoit-au hasard sur le manège.

1. Quelle est la probabilité qu'elle monte sur un cheval ? Exprimer le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
2. On considère les évènements suivants :
- ► A : «Carole monte sur un âne.»
- ► C : «Carole monte sur un coq.»
- ► L : «Carole monte sur un lion.»

a) Quelle est la probabilité de l'événement *non L ?*

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

b) Quelle est la probabilité de l'évènement A *ou* C.

………………………………………………………………………………………………

Exercice n°3 :

Pour chacune des deux questions suivantes, entourer la bonne réponse.

Alice participe à un jeu télévisé. Elle a devant elle trois portes fermées. Derrière l'une des portes, il y a une voiture ; derrière les autres, il n'y a rien. Alice doit choisir l'une de ces portes. Si elle choisit la porte derrière laquelle il y a la voiture, elle gagne cette voiture.

1. Alice choisit au hasard une porte. Quelle est la probabilité qu'elle gagne la voiture ?

   a. $\frac{1}{2}$ b. $\frac{1}{3}$ c. $\frac{2}{3}$ d. on ne peut pas savoir

2. S'il y a quatre portes au lieu de trois et toujours une seule voiture à gagner, comment évolue la probabilité qu'a Alice de gagner la voiture ?

   a. augmente b. diminue c. reste identique d. On ne peut pas savoir

Exercice n°4 :

Un bijoutier achète un lot de 220 perles de Tahiti.
Un contrôleur qualité s'intéresse à leurs formes (ronde ou baroque) et à leurs couleurs (grise ou verte).

• 35 % des perles sont de couleur verte, et parmi celles-ci 13 sont de forme ronde.
• Il y a 176 perles de forme baroque.

Il note les résultats dans la feuille de calcul ci-dessous :

	A	B	C	D
1		Rondes	Baroques	Total
2	Grises			
3	Vertes			
4	Total			220

1. Pour obtenir le nombre de perles vertes à partir des informations données dans l'énoncé, quelle formule doit-il saisir en D3 ? Parmi les quatre formules proposées, entourer la bonne formule : $\boxed{=D4*1,35}$ $\boxed{220*35 / 100}$ $\boxed{=D4 * 0,35}$ $\boxed{=B3 + C3}$

2. Compléter le tableau ci-dessus.

3. On choisit au hasard une perle de ce lot.

   a) Quelle est la probabilité pour que cette perle soit de forme baroque ?

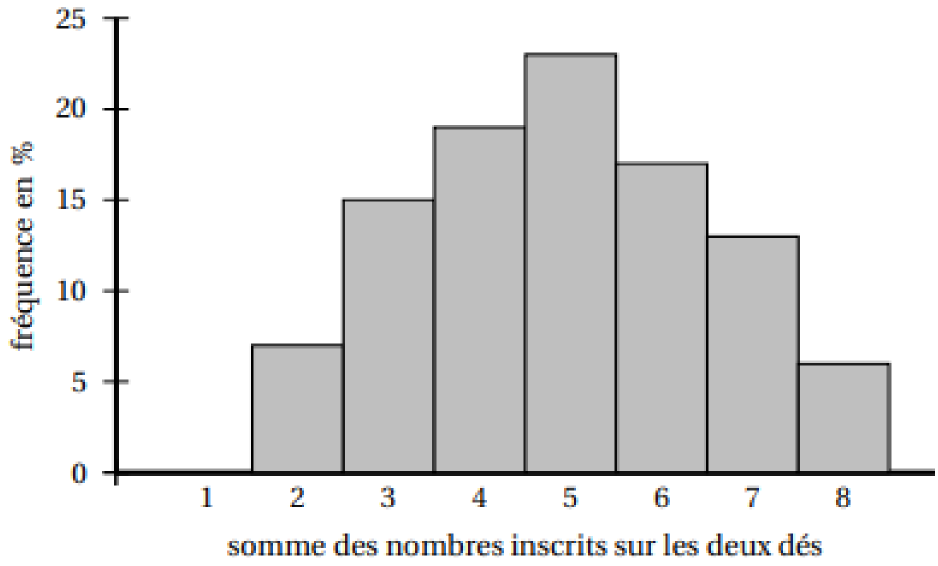
   ………………………………………………………………………………………

   b) Quelle est la probabilité de tirer une perle baroque verte ?

   ………………………………………………………………………………………

Exercice n°5 :

On lance deux dés tétraédriques, équilibrés et non truqués, dont les faces sont numérotées de 1 à 4. On calcule la somme des nombres lus sur chacune des faces sur lesquelles reposent les dés. $1\ 000$ lancers sont simulés avec un tableur. Le graphique suivant représente la fréquence d'apparition de chaque somme obtenue :



1. Par lecture graphique donner la fréquence d'apparition de la somme 3.

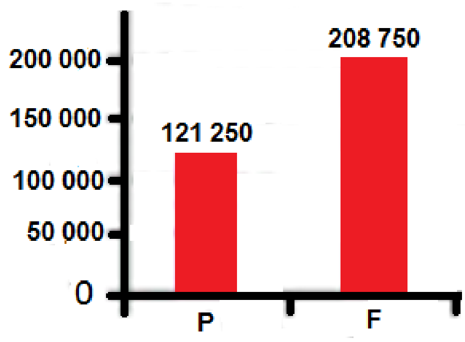
2. Lire la fréquence d'apparition de la somme 1 ? Justifier cette fréquence.

3. a. Décrire les lancers de dés qui permettent d'obtenir une somme égale à 3.

   b. En déduire la probabilité d'obtenir la somme 3 en lançant les dés. On exprimera cette probabilité en pourcentage. Expliquer pourquoi ce résultat est différent de celui obtenu à la question 1.

Exercice n°6 :

On a lancé une pièce $330\,000$ fois et on note si on a obtenu pile (P) ou face (F). Les résultats sont représentés dans le diagramme ci-contre.



1. Quelle est la fréquence d'apparition du côté pile (arrondir au centième) ?

2. Quelle est la probabilité d'apparition du côté pile lorsqu'on lance une pièce classique ? Donner la réponse sous forme décimale.

3. Que peut-on en déduire de particulier sur la pièce de cet exercice ? Justifier.

3ème - Exercices du chapitre 21 (corrigé)

Exercice n°1 p.178 du cours (corrigé) :

Il y a 100 jetons. Le tableau ci-dessous donne le nombre de jetons du jeu pour chacune des voyelles :

Lettres du jeu	A	E	I	O	U	Y
Effectif	9	15	8	6	6	1

Cela signifie par exemple qu'il y a 9 jetons avec la lettre A.

Remarque importante :

Parmi les 100 jetons, il n'y a pas que les voyelles indiquées dans le tableau. Il y a aussi des consonnes mais on ne donne pas le détail.

a. $p_1 = \frac{8}{100} = 0{,}08$ (il y a 8 lettres I parmi les 100 jetons donc il y a « 8 chances sur 100 » d'avoir un I)

b. $p_2 = \frac{45}{100} = 0{,}45$ (il y a $9 + 15 + 8 + 6 + 6 + 1 = 45$ voyelles parmi les 100 jetons donc il y a « 45 chances sur 100 » d'avoir une voyelle)

c. $p_3 = \frac{55}{100} = 0{,}55$ (il y a $100 - 45 = 55$ consonnes parmi les 100 jetons donc il y a « 55 chances sur 100 » d'avoir une consonne)

Exercice n°2 p.178 du cours (corrigé) :

Sur le manège «Caroussel», il y a **quatre** chevaux, **deux** ânes, **un** coq, **deux** lions et **une** vache. Sur chaque animal, il y a une place. Carole s'assoit-au hasard sur le manège.

Remarque importante pour l'exercice :

Il y a donc un total de $\mathbf{4} + \mathbf{2} + \mathbf{1} + \mathbf{2} + \mathbf{1} = \mathbf{10}$ places.

1. $p = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ (il y a 4 chevaux parmi les 10 animaux donc il y a « 4 chances sur 10 » de choisir un cheval)

2.

a. **Remarque :**

L'événement « **non L** » est l'événement **contraire de l'événement L**. Donc l'événement « non L » est l'événement « **Carole ne monte pas sur un lion** » (autrement dite, elle monte sur un cheval, ou sur un âne, ou sur un coq, ou sur une vache).

La probabilité de l'événement « non L » est donc :

$p(non\ L) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ (il y a $4 + 2 + 1 + 1 = 8$ places parmi les 10 qui ne sont pas des lions donc il y a « 8 chances sur 10 » de ne pas monter sur un lion)

b. **Remarque :**

L'événement « **A ou C** » est l'événement « **Carole monte sur un âne OU sur un coq** ».

$p(A\ \boldsymbol{ou}\ C) = \frac{3}{10}$ (il y a $2 + 1 = 3$ places parmi les 10 qui sont soit des ânes, soit des coqs donc il y a « 3 chances sur 10 » de monter sur un âne ou un coq)

Exercice n°2 p.48 du sesamath (corrigé) :

D'après la propriété n°1 p.174 du cours, on sait que la somme des probabilités de chaque issue est égale à 1 donc :

$$p = 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5}\right) = 1 - \underbrace{\left(\frac{5}{10} + \frac{4}{10}\right)}_{\text{on réduit au même dénominateur : 10}} = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$$

Donc la probabilité d'avoir un bonbon à la menthe est $\frac{1}{10}$.